

PRESENTE Y FUTURO DE LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

GODINO, Juan Diaz– Universidad de Granada – jgodino@ugr.es

GT: Educação Matemática / n. 19

Agência Financiadora: Sem Financiamento

“Research in mathematics education is a young enterprise. For only about a century has mathematics education been recognized as a domain in which serious scholarly work can be done, and some might argue that its status today remains precarious” (Kilpatrick, 2003, p. 435)

RESUMEN:

Se presentan las principales características que definen la Didáctica de la Matemática como un campo de investigación científica y tecnológica y el estado actual de desarrollo a nivel internacional. De manera particular se describen los medios de difusión del conocimiento, los principales temas de investigación, las instituciones en que se desarrollan programas de formación de investigadores y proyectos de investigación y la influencia de la investigación didáctica en la mejora efectiva de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se concluye con una valoración del estado de consolidación actual de la Didáctica de la Matemática y de las perspectivas de futuro.

Palabras clave: educación matemática; agendas de investigación; paradigmas; fuentes de conocimiento; formación de investigadores

1. LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

Para presentar una perspectiva del área parece inevitable comenzar con una precisión terminológica, la distinción entre “educación matemática” y “didáctica de la matemática”. Aunque a veces, principalmente en el ámbito anglosajón, estas expresiones suelen tener significados equivalentes, en los países europeos continentales la “didáctica de la matemática” se refiere a la disciplina científica que se interesa por las cuestiones relativas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Más concretamente, consideramos que la

educación matemática es el sistema social, heterogéneo y complejo en el que es necesario distinguir al menos tres componentes o campos:

- (a) La acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- (b) La tecnología didáctica, que se propone desarrollar materiales y recursos, usando los conocimientos científicos disponibles.
- (c) La investigación científica, que trata de comprender el funcionamiento de la enseñanza de las matemáticas en su conjunto, así como el de los sistemas didácticos específicos (formados por el profesor, los estudiantes y el conocimiento matemático).

Estos tres campos se interesan por un mismo objeto -el funcionamiento de los sistemas didácticos-, e incluso tienen una finalidad última común: la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Pero la perspectiva temporal, los objetivos, los recursos disponibles, reglas de funcionamiento y restricciones a que están sometidos, son intrínsecamente distintas. El mundo de la acción práctica es el campo propio del profesor, el cual tiene a su cargo uno o varios grupos de estudiantes a los cuales trata de enseñar matemáticas. El primer objetivo de un profesor es mejorar el aprendizaje de sus alumnos, de modo que estará principalmente interesado en la acción que pueda producir un efecto inmediato sobre su enseñanza. El segundo componente, que hemos denominado tecnológico (o investigación aplicada) es prescriptivo, ya que está más implicado con la elaboración de dispositivos para la acción y es el campo propio de los diseñadores de currículos, los escritores de manuales escolares, materiales didácticos, etc. Finalmente la investigación científica (básica, analítica y explicativa) está particularmente comprometida con la elaboración de teorías y se realiza usualmente en instituciones universitarias.

Consideramos necesario distinguir los rasgos característicos y las funciones de cada ámbito, para poder analizar el sistema del que forman parte. Si no se reconocen las diferencias existentes entre estos componentes, no se comprenderá el funcionamiento de todo el sistema de la educación matemática. El mundo de la práctica necesita soluciones inmediatas que, en el momento actual, difícilmente puede ofrecer la investigación científica. La complejidad de los problemas educativos podría equipararse, en general, a la de otros campos de la actividad humana con mayor tradición, para los cuales no existen aun soluciones a todos los problemas (por ejemplo, la economía o la medicina). En

consecuencia, la tecnología didáctica tiene que operar en muchas ocasiones basándose en el buen parecer, la experiencia, el sentido común de sus actores.

La identificación de estos tres componentes de la educación matemática nos permite sugerir significados distintos a las expresiones "didáctica de las matemáticas" y "educación matemática", las cuales se consideran usualmente como sinónimas. La didáctica de las matemáticas sería la disciplina científica interesada por los componentes (b) y (c) descritos anteriormente, mientras que la educación matemática también incluiría el componente (a), esto es, abarcaría la teoría, el desarrollo y la práctica. La didáctica de la matemática podría considerarse también como la disciplina que asume la responsabilidad de adaptar y articular las contribuciones de otras disciplinas interesadas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (epistemología, psicología, pedagogía, sociología, etc).

Nuestro foco de atención en este trabajo será reflexionar sobre el estado actual y perspectivas futuras de la didáctica de la matemática como disciplina científica. Para una perspectiva histórica de la didáctica de la matemática, su nacimiento y consolidación progresiva remitimos al lector y Rico, Sierra y Castro (2000) y a Godino (2003); un estudio exhaustivo sobre los significados y componentes de la Didáctica de la Matemática se encuentra en D'Amore (2006).

2. ESTADO ACTUAL DE LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

En este apartado vamos a aportar algunos indicadores empíricos y argumentaciones a favor de tres tesis:

- (1) La didáctica de la matemática ha logrado en la actualidad una posición consolidada desde el punto de vista institucional a nivel internacional, aunque no homogénea en las diversas regiones y países.
- (2) Existe una gran diversidad en las agendas de investigación y confusión en los marcos teóricos y metodológicos disponibles, situación propia de una disciplina emergente.
- (3) Existe un divorcio fuerte entre la investigación científica que se está desarrollando en el ámbito académico y su aplicación práctica a la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Nuestro foco de atención será describir el estado actual y perspectivas futuras del campo.

2.1. Consolidación institucional

2.1.1. Introducción

En España, el reconocimiento por el Consejo de Universidades de la Didáctica de la Matemática como "área de conocimiento" en 1984, al mismo nivel que las restantes disciplinas universitarias, hizo posible la creación de departamentos universitarios sobre la base de dicha área, o en unión de otras áreas de didácticas especiales. Estos departamentos han constituido un sólido soporte para el desarrollo de la didáctica de las matemáticas dado que los departamentos asumen las responsabilidades docentes e investigadoras en las áreas de conocimiento correspondientes. En los departamentos se concentran los principales recursos para la investigación, tanto personales (alrededor de 220 profesores permanentes adscritos al área, con una dedicación reconocida a la investigación), como materiales (fondos bibliográficos específicos).

Otros indicadores de consolidación institucional son los programas de doctorado específicos ofertados en distintas universidades y las tesis doctorales defendidas sobre problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (248 tesis en el período 1975-2002), como también los proyectos de investigación financiados con fondos públicos que se están desarrollando en competición con las restantes áreas de conocimiento.

La comunidad de investigadores en didáctica de la matemática ha comenzado a tomar conciencia de su propia especificidad e intereses como se pone de manifiesto en la constitución en 1997 de una sociedad profesional propia, la Sociedad de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) cuyos objetivos y actividades pueden consultarse en la página web, <http://www.uco.es/informacion/webs/seiem/>

A nivel internacional, como describe Guzmán (1996), el ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) ha propulsado con eficacia los estudios relativos a los problemas de la educación matemática a lo largo del siglo XX y ha contribuido muy poderosamente a la constitución de la nueva disciplina científica que se ocupa de los problemas relacionados con educación matemática. El *ICMI Study* N° 8 celebrado en Washington en 1994 sobre la naturaleza de la investigación en la

educación matemática, cuyos trabajos editaron Sierpinska y Kilpatrick (1998), viene a señalar su madurez como disciplina científica, con objetivos y métodos propios.

2.1.2. Publicaciones periódicas, monografías y congresos

El principal indicador de la consolidación de la didáctica de la matemática como campo de investigación lo encontramos analizando el ya ingente caudal de las publicaciones científicas del campo (revistas periódicas, monografías, “handbooks”, actas de congresos, etc.). La base de datos MATHDI (<http://www.emis.de/MATH/DI.html>), que sistemáticamente almacena los resúmenes de los artículos publicados en más de 500 revistas y otras publicaciones es el mejor indicador de la riqueza y complejidad del campo.

En los Anexos incluimos una relación de las principales revistas periódicas y otras publicaciones que incluyen trabajos sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con una propuesta de clasificación de las mismas. En el Anexo 1 (Revistas específicas de Didáctica de la Matemática) encontramos, no obstante, un problema importante si comparamos nuestra área de conocimiento con otras más consolidadas: en la categoría A revistas incluidas en las bases de datos de la *International Scientific Information* (ISI) sólo podemos incluir una revista (*Journal for Research in Mathematics Education*). El grupo B incluye las revistas que publican exclusivamente trabajos de investigación y cumplen los requisitos básicos exigidos a las publicaciones de carácter científico (exigencia de originalidad; aplicación de un proceso riguroso de revisión por árbitros anónimos). El grupo C incluye las revistas que publican, además de trabajos de investigación, otros con una orientación hacia la práctica docente; el grupo D incluye cualquier otra revista, no incluida en las clases anteriores, pero que están incluidas en la base MATHDI¹. Las revistas incluidas en los tipos B y C están ordenadas alfabéticamente, no por su relevancia en el área de conocimiento, medida habitualmente por los índices de impacto calculados mediante el número de citas que

¹ Advertimos al lector del carácter subjetivo de las listas de revistas que he incluido en los tipos B y C ya que están basadas en mi conocimiento personal de los contenidos y orientación de las revistas. A pesar de ello considero que esta información puede ser útil a los nuevos investigadores que se incorporen en el campo, ya que es específica de nuestra área de conocimiento y trata de superar las limitaciones observadas en las clasificaciones elaboradas por las agencias nacionales de evaluación, las cuales incluyen todas las áreas de conocimiento. Las sociedades de investigadores en educación matemática podrían mejorar esta propuesta mediante paneles de expertos que revisen periódicamente la clasificación y establezcan una ordenación de las revistas según su impacto efectivo en el campo de investigación.

los trabajos publicados en la revista reciben en el resto de publicaciones incluidas en las bases de datos correspondientes.

En el Catálogo LATINDEX [<http://www.latindex.unam.mx/>] encontramos cinco revistas específicas de educación matemática (*Educación Matemática*, México; *Números* (España); *Quadrante*, Portugal; *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México; *Uno*, España). Sin embargo, puesto que éste catálogo comprende sólo las publicaciones científicas del ámbito Iberoamericano y el Caribe, nos encontramos con que un investigador que consigue difundir sus trabajos en revistas de alto nivel, por ejemplo, *Educational Studies in Mathematics* o *Recherches en Didactique des Mathématiques, For the Learning of Mathematics*, etc. puede ser negativamente evaluado por las agencias nacionales de evaluación de la calidad de la investigación científica. Este problema ocurre también con otros catálogos de clasificación de las revistas usados por agencias de evaluación para el caso de las ciencias sociales (Qualis, Brasil; Aneca, España; Carhus, Cataluña; Agencia Andaluza de Evaluación).

En el Anexo 3 (Monografías y actas de congresos) hemos incluido la relación de “Handbooks” de investigación publicados desde 1992 (obras sin duda de obligada consulta al proporcionar el “estado de la cuestión” y perspectivas de futuro en los diversos temas de investigación) y algunos ejemplos de la valiosa colección de “ICMI Studies”, promovidos por la International Commission on Mathematical Instruction (<http://www.mathunion.org/ICMI/>), institución que organiza cada cuatro años los congresos ICME² (International Congress on Mathematical Education). Incluimos también como publicaciones de categoría A, a título de ejemplo, algunas monografías que presentan una perspectiva de un tema de investigación que han sido publicadas por prestigiosas editoriales como Kluwer, Lawrence Erlbaum, Springer, etc.

Otras publicaciones relevantes sobre educación matemática son las actas de congresos del International Group for the Psychology of Mathematics Education³ (PME, <http://igpme.org/>), de la European Society for Research in Mathematics Education⁴ (<http://www.erne.uni-osnabrueck.de/>, ERME), el Comité Latinoamericano de

² El último congreso ICME, número 10, se celebró en 2004 en Copenhagen (Dinamarca).

³ El PME celebra su 30ª Reunión Anual en 2006 en la ciudad de Praga (República Checa).

⁴ ERME celebra su congreso (CERME) cada 2 años; el número 5 tendrá lugar en 2007 en Lárnaca Chipre), <http://www.cyprusisland.com/cerme/index.htm>

Matemática Educativa⁵ (CLAME, <http://www.clame.org.mx/>), la International Association for Statistical Education⁶ (<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>, IASE), etc.

2.1.3. Líneas de investigación actuales

Una manera de conocer las líneas de investigación sobre las que se está investigando en los últimos años es analizar los “surveys” incluidos en los “handbooks” más recientes, como son los editados por English et al. (2002) y Bishop et al. (2003).

1. Handbook of international research in mathematics education

En el capítulo 30 del “Handbook” editado por English et al (2002) se presenta una síntesis de las “futuras cuestiones y direcciones en la investigación en educación matemática a nivel internacional”, redactado conjuntamente por los editores, del que haremos un breve resumen a continuación.

El complejo panorama de cuestiones de investigación en educación matemática tratadas en los 30 capítulos en que se organiza este “Handbook” son agrupadas en seis temáticas.

1. ¿Qué papel puede jugar la investigación para esclarecer los debates multidisciplinares sobre las ideas matemáticas relevantes requeridas para el siglo 21?

Se deben explorar las diversas perspectivas sobre la naturaleza de las matemáticas, sus papeles en la sociedad, y lo que cuenta como ideas matemáticas importantes para la nueva era. El estudio implica tener en cuenta los puntos de vista epistemológico, filosófico, sociocultural y psicológico sobre las matemáticas, tanto en su faceta de ciencia apriorica como de disciplina aplicada. Los estudios etnomatemáticos y la caracterización de las prácticas matemáticas en los lugares de trabajos, y sus implicaciones para la formación de los ciudadanos y profesionales, continúan siendo temas que requieren atención.

2. ¿Cómo puede la investigación apoyar un currículo más equitativo y el acceso al aprendizaje de las ideas matemáticas relevantes?

⁵ El CLAME organiza su 20ª Reunión Anual (RELME) en 2006 en Camagüey, Cuba.

⁶ Esta asociación celebra cada cuatro años el ICOTS (International Conference on Teaching Statistics). El ICOTS-7 se celebra en 2006 en Salvador de Bahía (Brasil).

La equidad en educación matemática es un problema con múltiples dimensiones, sobre la que concurren muchas fuerzas que dificultan el logro de un acceso democrático de los estudiantes a las ideas matemáticas relevantes. Los programas de instrucción matemática deben alcanzar a todos los estudiantes cualquiera que sea el género, lengua, grupo étnico o sus diversas capacidades. Cada estudiante tiene derecho al acceso a ideas matemáticas relevantes, cómo pensar de manera efectiva con estas ideas, y cómo aplicar sus conocimientos matemáticos más allá de los muros de la clase. Es necesario que los estudiantes vean la relevancia y utilidad de las matemáticas relacionando su estudio en la escuela con el mundo exterior y empleando estrategias de enseñanza que comprometan a los estudiantes, les planteen desafíos matemáticos y mostrándoles aprecio a sus propias ideas matemáticas.

3. ¿Cómo puede la investigación apoyar la creación de entornos de aprendizaje que proporcionen a los estudiantes un mejor y más equitativo acceso a las ideas matemáticas relevantes?

No basta con identificar las ideas matemáticas relevantes sino que es necesario investigar cómo mejorar el acceso de los estudiantes a dichas ideas y estimular su voluntad de aprender. Los estudios sobre el aprendizaje de temas específicos de matemáticas han sido tradicionalmente el foco de atención de la investigación en educación matemática, especialmente desde una aproximación cognitiva y clínica. Es necesario ampliar la perspectiva sobre el acceso al aprendizaje dentro de las condiciones sociales y de interacción que predominan en los entornos escolares. Las experiencias de enseñanza en el aula y las metodologías relacionadas añaden una nueva dimensión a los estudios sobre el aprendizaje; es necesario tener en cuenta la dialéctica entre la enseñanza y el aprendizaje, el papel de la tecnología en los entornos de aprendizaje y el papel del profesor.

No se trata de buscar “el modelo correcto de enseñanza”. La creación de entornos de aprendizaje es más compleja de lo que supone esta manera de afrontar el problema. La investigación en esta temática debe articular la enseñanza y el aprendizaje, así como tener en cuenta las características del profesor (conocimientos, creencias, intereses) y las características de los estudiantes (pensamiento, género, raza, confianza). Las investigaciones que se están realizando por diversos autores incorporan una cierta filosofía sobre la enseñanza e incluso teorías sobre la instrucción.

4. ¿Cómo puede contribuir la investigación a la elaboración de programas de formación y desarrollo de los profesores necesarios para facilitar a los estudiantes el acceso a las ideas matemáticas relevantes?

Se reconoce la complejidad de definir el conocimiento profesional de base necesitado para la enseñanza y las cuestiones cruciales de las relaciones entre los conocimientos matemáticos de los profesores, sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje matemático, la práctica del profesor en el aula, y la evaluación de los aprendizajes. Para que los profesores comprendan los modos de pensamiento de sus alumnos, adopten decisiones profesionales sobre el contenido y forma de la instrucción y facilitar un adecuado discurso matemático en sus clases, sus conocimientos y creencias deben ser desafiadas y cambiadas. En consecuencia, un componente clave de la investigación sobre el desarrollo del profesor es cómo podemos promover de manera más efectiva el cambio del profesor y comprender los factores que afectan a estos procesos.

Nuevos modelos de formación de profesores y programas de desarrollo profesional deben ser generados y explorados, así como nuevos tipos de colaboración entre los investigadores y los profesores. Necesitamos mejorar nuestros conocimientos sobre, a) ¿Qué necesitan conocer los profesores?, b) ¿Cómo pueden los profesores lograr esos conocimientos?, y c) ¿Qué relaciones existen entre los conocimientos del profesor y las prácticas de aula, incluyendo cómo los profesores evalúan los logros complejos de los estudiantes?

5. ¿Cómo podemos evaluar la medida en que los estudiantes tienen acceso a las ideas matemáticas relevantes y sus capacidades para hacer un uso efectivo de dichas ideas? ¿Cómo puede la investigación informar tal evaluación?

La evaluación de los logros (conocimientos, competencias) complejos de los estudiantes es una de las tareas más importantes y difíciles que los profesores tienen que abordar. De modo similar, la evaluación del crecimiento profesional de los profesores y la evaluación de los programas instruccionales suponen un gran desafío para los responsables de la formación y el diseño curricular de dichos programas. La realización de estas evaluaciones plantea muchas cuestiones polémicas que continúan demandando investigación. Es necesario elaborar herramientas para documentar, evaluar, y (en algunos casos) medir el tipo de logros complejos que esperamos producir en los estudiantes, los profesores y en los programas de instrucción. Aunque en algunas áreas temáticas, los educadores matemáticos han hecho grandes progresos para clarificar la

naturaleza de los conocimientos y capacidades matemáticas de los estudiantes, los instrumentos de evaluación tienden a estar basados en supuestos pobremente alineados con las actuales visiones sobre la naturaleza de las matemáticas, la resolución de problemas, el aprendizaje y la enseñanza.

Los educadores matemáticos necesitan diseñar mejores instrumentos para generar información sobre los logros de orden superior y más profundos de los estudiantes, los profesores y los programas, así como diseñar nuevos tipos interactivos, gráficos y dinámicos, de presentar la información.

6. ¿Cómo evaluamos y mejoramos las metodologías de investigación en educación matemática?

La investigación no consiste en aprender un aglomerado de técnicas aceptadas para recoger información, analizar datos e informar resultados en una forma estándar aceptada. La investigación se refiere al desarrollo de conocimientos; y en particular se refiere al desarrollo de constructos compartidos (modelos, prototipos, principios y sistemas conceptuales) que proporcionen modos útiles de pensar sobre los problemas prioritarios del campo correspondiente. Por tanto, el diseño de la investigación implica el desarrollo de una cadena coherente de razonamientos que es potente y auditable, y que deber ser significativa y persuasiva para los prácticos y los investigadores. No se puede reducir a una fórmula algorítmica.

Entre los diversos diseños de investigación usados (investigación acción, entrevistas clínicas, observaciones etnográficas, ...) destacan los “experimentos de enseñanza”, mediante los cuales se va más allá de la observación de entornos naturales de enseñanza, centrando la atención sobre desarrollos inducidos en entornos cuidadosamente controlados y matemáticamente enriquecidos, y que investigan las interacciones entre los estudiantes, profesores y restantes agentes (por ejemplo, padres, políticos). Las metodologías de los experimentos de enseñanza ofrecen una promesa considerable al proporcionar evidencias a nivel micro y dinámico de los aprendizajes de los estudiantes, en contraste con la investigación que ofrece sólo una serie de instantáneas discretas del pensamiento matemático de los estudiantes. En un experimento de enseñanza, una serie progresiva de episodios de enseñanza se realiza con individuos, grupos, o clases completas de estudiantes de tal manera que la planificación de cada episodio exploratorio de enseñanza se basa sobre el pensamiento y las acciones del profesor y los estudiantes en los episodios de enseñanza previos.

II. Second international handbook of mathematics education

En el “Handbook” editado por Bishop et al. (2003), encontramos 24 “surveys” clasificados en 4 secciones con el siguiente contenido:

Sección 1: Dimensiones políticas de la educación matemática

“En la actualidad se reconoce que la educación matemática tiene una fuerte dimensión social y política. No es sólo la realidad de la escuela y la práctica del aula que tiene que respetar unos fines políticos y afrontar diferentes entornos sociales, sino que la investigación y el desarrollo de la educación matemática también son influenciados por aspectos sociales y decisiones políticas” (Keitel, 2003, p. 3).

Desde el ICME IV, celebrado en 1988, se reconoció como un foco de interés para la educación matemática el análisis de las condiciones y causas de las restringidas oportunidades de aprendizaje de los alumnos de ciertos grupos definidos por el sexo, la clase o las minorías étnicas en los países industrializados, así como para la mayoría de los jóvenes de los países del “Tercer Mundo”. Distintas acciones fueron emprendidas, en particular la celebración de diversas conferencias internacionales sobre el tema “Matemáticas, Educación y Sociedad”.

Los temas abordados en la sección se refieren a:

- Matemáticas, educación matemática y condiciones económicas
- Supuestos y contextos políticos, sociales, culturales del programa “Matemáticas para todos”; cuestiones de equidad, justicia social y restricciones sociales y económicas que constituyen obstáculos para su logro.
- Diferentes perspectivas sobre la alfabetización matemática y factores condicionantes.
- Educación matemática a lo largo de la vida (educación de adultos) en el contexto social, cultural y económico globalizado.
- Estudios comparativos internacionales en educación matemática: ¿de qué, por quién, para qué y cómo?
- Desafíos y problemas de la internacionalización y globalización en la investigación y la práctica de la educación matemática.

Sección 2: Respuestas de la educación matemática a los desarrollos tecnológicos

Se han seleccionado cinco tópicos que proporcionan un perfil del tipo de cuestiones que los investigadores han abordado en los últimos diez años, reconociendo el carácter cambiante de los recursos tecnológicos disponibles y su efecto en la “corta vida” de los resultados de investigación.

- Una perspectiva multidimensional de la investigación e innovación reciente en el uso de la tecnología en educación matemática.
- Influencia de la tecnología en el currículo de matemáticas
- Revisión de herramientas tecnológicas que arrojan luz sobre cómo la tecnología conforma y es conformada por su incorporación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Uso de tecnología como herramienta para la enseñanza de la matemática en la universidad.
- Preparación de los profesores en el uso de la tecnología

Sección 3: Nuevas cuestiones emergentes de investigación en educación matemática

Esta sección aborda una variedad de cuestiones que han emergido cuando los investigadores en educación matemática han adoptado una perspectiva más amplia, planteando cuestiones como:

- ¿Qué es una práctica ética en nuestra investigación, y cómo se debe realizar esa práctica en situaciones de conflicto social y político?
- ¿Qué influencia tiene la investigación educativa sobre la educación matemática?
- ¿Cómo puede nuestra investigación superar los diversos obstáculos para su difusión?
- ¿Cuál es el papel de los profesores de matemáticas como investigadores?
- ¿Cómo se debería preparar la próxima generación de investigadores en educación matemática

Sección 4: La práctica profesional en educación matemática

El tema general de esta sección se puede describir con la cuestión, ¿Qué deberían hacer los profesores para hacer las matemáticas más significativas para un rango cada vez más amplio de estudiantes?

“Muchas personas piensan que el principal desafío está en los formadores de profesores de matemáticas, quienes necesitan revisar sus propios modos de trabajo de manera que las personas implicadas en el diseño, implementación y evaluación de los programas de formación inicial y de desarrollo profesional de los profesores de matemáticas a todos los niveles sean capacitados para generar nuevos modos de operación” (Clements, 2003, p. 637). En esta línea los seis autores de los surveys incluidos en la sección abordan los siguientes temas:

- Estrategias para desafiar y cambiar la práctica de la enseñanza en las clases de matemáticas.
- Diseño de la evaluación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para promover la comprensión.
- Valores de los profesores y formadores de profesores sobre la matemática y su enseñanza y su influencia en sus decisiones y acciones en la clase.
- Regulación de la entrada a la profesión de los profesores de matemáticas.
- Papel de la matemática en la formación de profesores de matemáticas
- Integración de teoría y práctica en la formación de profesores de matemáticas.
- Tendencias y tareas en el desarrollo profesional de los educadores matemáticos.

2.1.4. Formación de investigadores en educación matemática

Otro indicador de la consolidación de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica es la existencia de “programas de doctorado y maestría” específicos sobre los problemas que plantea la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Uno de los primeros estudios que se han realizado sobre estos programas es el realizado por Batanero, Godino, Steiner y Wenzelburger mediante una encuesta enviada a más de 40 países de la que se obtuvo información de 90 programas de maestría y doctorado. Un resumen de esta encuesta se presenta en el artículo publicado en *Educational Studies in Mathematics* en 1994. En Godino y Batanero (1995) se describen los contenidos

teóricos y metodológicos del programa de doctorado específico en didáctica de la matemática desarrollado en la universidad de Granada.

Un estudio más reciente, aunque restringido a las universidades de Estados Unidos, es el realizado por Reys y Kilpatrick (1999), donde se indica que al finalizar el Siglo XX, más de 100 instituciones de USA ofrecen programas de doctorado, bien específicos de educación matemática, o programas generales de educación en los que se puede elegir educación matemática como uno de los temas posibles.

Actualmente en España se ofrecen programas de doctorado en Didáctica de las Matemáticas en numerosas universidades. Se iniciaron en 1988 en las universidades de Granada y Valencia y sucesivamente se fueron ofreciendo en las universidades de Barcelona (Autónoma y Central), Salamanca, Valladolid, Sevilla, entre otras.

2.2. Confusión de paradigmas y agendas

En cuanto a los programas y métodos de investigación podemos decir que se ha pasado del predominio de un enfoque psicoestadístico en la década de los 70 y parte de los 80, obsesionados por los tests y su fiabilidad, a la proliferación de métodos, la apertura de las agendas de investigación y a la adopción de posiciones eclécticas. Sin que el enfoque psicológico haya perdido importancia, como se puede ver en la vitalidad del grupo internacional Psychology of Mathematics Education (PME), se están desarrollando también investigaciones dentro de enfoques diversos como el interpretativo, etnográfico, antropológico, socio-crítico, etc. Los escenarios naturalistas y los estudios de casos gozan de clara preferencia sobre aquellos en los que se controlan y manipulan circunstancias y variables, que se consideran como carentes de autenticidad. Cada uno de estos planteamientos hace su aportación específica a la investigación siendo por tanto útiles para la educación matemática en su conjunto.

Hay autores que defienden el uso de una variedad de enfoques y métodos en la investigación en didáctica de la matemática considerando esta situación como beneficiosa, dada la parcialidad de los mismos. Pero considero que esto origina una fuerte confusión entre las diversas comunidades de investigadores, haciendo a menudo improductivos los esfuerzos. La variedad de enfoques, teorías, métodos está reclamando la realización de investigaciones, mas bien propias de la filosofía de la ciencia, que

ponga un cierto orden y estructura en el panorama del componente científico de la educación matemática.

Aunque la didáctica de la matemática pueda considerarse una disciplina madura en el sentido sociológico, no ocurre igual necesariamente en el sentido filosófico o metodológico. No existe ningún marco establecido de manera universal o un consenso relativo a escuelas de pensamiento, paradigma de investigación, métodos, estándares de verificación y calidad. Esto explica porqué hay un cierto número de investigadores en el campo que durante los últimos 20 años han estado reflexionando sobre las características, problemas, métodos y resultados de la educación matemática. Una preocupación central de la disciplina científica, al menos para una parte de los investigadores, ha sido la clarificación de la propia naturaleza de las matemáticas, realizando investigaciones más bien propias de filosofía de las matemáticas.

Para un análisis más extenso de los aspectos teóricos y metodológicos de la didáctica de la matemática remitimos al lector al trabajo de Godino (2003).

2.3 Divorcio teoría-práctica

En cuanto al aspecto de la educación matemática que hemos descrito como *práctica reflexiva* debemos reconocer la pujanza de las asociaciones de profesores de matemáticas, tanto a nivel regional, nacional como internacional. Un indicador de esto es la existencia en España de la Federación Española de Asociaciones de Profesores de Matemáticas (con 12 sociedades regionales asociadas), sus respectivas revistas (*Suma*, *Números*, *Épsilon*, etc.) y congresos orientados a los profesores, y a nivel internacional la poderosa NCTM (USA) y el ICME.

Pero debemos reconocer las escasas y con frecuencia nulas conexiones de estas actividades con el componente científico-académico. Como analiza Ruthven (2002), “El estatus a menudo precario de la educación matemática como una subespecialidad – a veces localizada dentro de las matemáticas, más comúnmente dentro de educación, pero constantemente en los márgenes del campo matriz – ha acentuado sus aspiraciones hacia su aceptación académica” (p. 583) Estas aspiraciones ha llevado al planteamiento de cuestiones de investigación con frecuencia alejadas del mundo de la práctica.

Indicadores de esta separación son la existencia de sociedades profesionales independientes (al menos en España, Francia y Portugal), y de revistas de "profesores" y de "investigadores".

Otro síntoma de desconexión, al menos en España, está en el desarrollo de los currículos de matemáticas, que hasta ahora han sido elaborados por comisiones en cuya composición se ignora la existencia de los departamentos universitarios especializados. Pero donde es más crítica la separación es en la formación inicial de profesores de secundaria y en la formación permanente, las cuales se hacen con una escasa participación de los especialistas en didáctica de las matemáticas.

Podemos concluir que la educación matemática como disciplina académica se ha ido consolidando progresivamente, en la escena internacional, en los últimos 30 años. Pero su desarrollo ha sido desigual en las distintas facetas que la componen, y de manera particular en la articulación entre las mismas.

3. FUTURO DE LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

No pretendemos hacer profecías sobre el desarrollo futuro de la didáctica de las matemáticas sino expresar nuestras expectativas de solución de algunos de los problemas detectados.

3.1. Consolidación institucional

Como hemos mencionado, en los países desarrollados la didáctica de las matemáticas ha adquirido un reconocimiento sólido, como se muestra en la constitución de departamentos universitarios, el desarrollo de programas de maestría y doctorado específicos, la publicación de revistas especializadas, etc.

Esta situación es todavía muy precaria en los países en vías de desarrollo, en particular en los países de América Latina. Si bien hay algunas notables excepciones, como ocurre en México con el CINVESTAV, muchas personas que desean hacer una tesis doctoral en el área de didáctica de las matemáticas tienen que desplazarse a otros países.

Además, dadas las difíciles circunstancias políticas y económicas de sus países de origen, existe una alta probabilidad de que no regresen a sus antiguos puestos de trabajo.

Expectativa 1:

Que los actuales problemas políticos y económicos de los países latinoamericanos se resuelvan y se establezcan programas de maestría y doctorado estables en didáctica de las matemáticas en las principales universidades.

Esto permitirá aprovechar el ingente y valioso caudal humano existente.

La disponibilidad de la red Internet abre nuevas posibilidades para la consolidación institucional de la didáctica de las matemáticas. El futuro de la didáctica pasa por aprovechar al máximo este nuevo recurso tecnológico para la constitución de comunidades virtuales de sociedades y grupos de investigadores.

La comunidad real de educación matemática (profesores de matemáticas e investigadores en didáctica de la matemática) es en la actualidad una comunidad muy numerosa pero escindida y desconectada. Esta situación puede ser natural en un momento histórico determinado pero pensamos que es posible y necesario establecer vínculos y programas de actuación conjunta entre los diversos colectivos. La creación de un portal en Internet en el que se enlacen las diversas webs de sociedades y grupos, se gestionen coordinadamente foros de discusión, se cree un espacio de colaboración para la edición de revistas electrónicas y la realización proyectos de actuación conjunta puede ser un instrumento de extraordinario interés para la mejora de la educación matemática en el ámbito Latinoamericano.

3. 2. Clarificación de paradigmas y teorías

La extraordinaria complejidad de los problemas que plantea la educación matemática, que debe abordar cuestiones de carácter científico (descriptivo y explicativo), tecnológico (desarrollo de medios de acción) y práctico (toma de decisiones locales eficaces), explica la profusión de una diversidad de enfoques teóricos y metodológicos. Estas cuestiones son abordadas por diversas disciplinas, lo que explica en cierto modo la "torre de Babel" en la que nos encontramos en la actualidad.

El progreso en el campo está supeditado a la elaboración de lo que denomino "*un enfoque unificado del conocimiento y la instrucción matemática*". Este enfoque o paradigma de investigación deberá lograr articular de manera coherente la dualidad "cognición institucional" y "cognición individual", el doble carácter de la matemática como discurso regido por reglas lógico-deductivas y como praxis o actividad que resuelve problemas del mundo que nos rodea. Pero, además, este modelo epistémico-cognitivo tiene que ser aplicado de manera coherente para el desarrollo de una teoría de la enseñanza y el aprendizaje que guíe en el desarrollo de medios técnicos para la mejora de tales procesos.

Expectativa 2:

Desarrollo y adopción de un paradigma de investigación para la didáctica de las matemáticas que articule de manera coherente las principales facetas y factores condicionantes de los procesos de estudio de las matemáticas.

3.3. Coordinación entre teoría y práctica

El carácter reciente de la didáctica de las matemáticas como campo de investigación, y su complejidad, explican las dificultades para que sus resultados se reflejen en la práctica de la enseñanza y el aprendizaje. Los esfuerzos de investigación se están centrando en el componente científico (describir y explicar) y meta-didáctico (clarificar y desarrollar un lenguaje apropiado). Esta situación puede estar motivada por la ubicación de los equipos de investigación que suelen ser departamento o instituciones universitarias, circunstancia que induce un cierto sesgo academicista.

Los problemas didácticos son con frecuencia descompuestos de tal manera que pierden su carácter inicial y pasan a ser problemas epistemológicos, psicológicos, sociológicos, políticos, ...

Expectativa 3:

Progresar en la definición de una unidad de análisis didáctico y una metodología apropiada para abordar el estudio de tales unidades de análisis. De esta manera, la investigación didáctica aportará información y recursos técnicos para la mejora progresiva de la práctica de la enseñanza.

La mejora de la conexión entre teoría y práctica se puede lograr también a través de la formación inicial y permanente de profesores de matemáticas de los distintos niveles educativos (primaria, secundaria y universitaria); este es un factor clave que permitirá conectar los resultados de la investigación y la práctica de la enseñanza.

Expectativa 4:

Se espera que los departamentos universitarios, responsables de la investigación didáctica, puedan intervenir de manera intensa y eficaz en la revisión y mejora de los planes de formación inicial y permanente de los profesores de matemáticas.

4. REFLEXIONES FINALES

La investigación científica, esto es, el estudio sistemático y disciplinado de un problema complejo requiere con frecuencia descomponer dicho problema en subproblemas y aplicar las herramientas adecuadas. Los problemas didácticos ponen en juego aspectos cognitivos, epistémicos, pero también políticos, sociales, tecnológicos, etc.

Pero la solución de los problemas parciales no lleva inmediatamente a la solución del problema inicial. Al centrar la atención, por ejemplo, en los problemas cognitivos del aprendizaje de un contenido matemático específico (dificultades de aprendizaje, concepciones, esquemas, obstáculos, ...), no se puede olvidar que esos fenómenos son dependientes del modo en que tales contenidos se conciben en un contexto particular, la manera específica en que son estudiados (papel de la interacción con el profesor, los recursos puestos en juego, etc.). Por tanto, es necesario adoptar y desarrollar modelos teóricos para la Didáctica de la Matemática que proporcionen ese necesario punto de vista global para las cuestiones de investigación. Debemos desconfiar de la adecuación y suficiencia de teorías de tipo general, como conductismo, constructivismo (en cualquiera de sus variantes), etc. y tomar conciencia de complementarlas con modelos teóricos más específicos, pero al mismo tiempo que tengan en cuenta las interacciones entre las diversas dimensiones implicadas en los fenómenos didácticos. “Lo que necesitamos es un desplazamiento desde el préstamo de teorías a la construcción de teorías. Nuestros problemas, preocupaciones y supuestos son bastante diferentes de los de otras disciplinas” (English et al., 2002, p. 805).

En esta línea venimos trabajando desde hace varios años el Grupo de Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada, tratando de progresar hacia un

enfoque unificado para Didáctica de la Matemática, y que denominamos “enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática” (Godino, Batanero y Font, 2006).

REFERENCIAS:

- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. and Leung, F. K. S. (Eds.). (2003). *Second International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- D’Amore, B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitágoras (traducción al castellano de A. Balderas y M. I. Fandiño, *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio).
- English, L. D., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R. and Tirosh, D. (2002). *Handbook of International research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Ass.
- Godino, J. D. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en, http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_fundamentos.htm
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1995). Theoretical and methodological contents for the preparation of researchers in Mathematics Education. En, O. Björkqvist et al. (Eds.), *Proceedings of Nordic Symposium, Preparation of Researchers in Mathematics Education* (pp, 57-71). University of Umea (Suecia) [Versión en español recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>]
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2006). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*. Disponible en Internet: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm.
- Grows, D. (1992). *Handbook of reseach of mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Guzmán, M. de (1996). Madurez de la investigación en educación matemática. El papel del ICMI. En, L. Puig y J. Calderón, (Eds), *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: CIDE.

- Reys, R. E., y Kilpatrick, J. (1999). One field, many paths: U.S. doctoral programs in mathematics education. Recuperable en,
<http://www.showmecenter.missouri.edu/doctoral/agenda.html>
- Rico, L. Sierra, M. y Castro, E. (2000). Didáctica de la matemática. En, L. Rico y D. Madrid (Eds), *Las Disciplinas Didácticas entre las Ciencias de la Educación y las Áreas Curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Ruthven, K. (2002). Linking researching with teaching: towards synergy of scholarly and craft knowledge. En, English, L. D., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R. and Tirosh. *Handbook of International research in mathematics education* (pp.581-598). London: Lawrence Erlbaum Ass.
- Sierpiska, A. y Kilpatrick, J. (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht, HL: Kluwer A. P.

ANEXOS

Se adjuntan tres Anexos con listados de revistas, monografías y actas de congresos que publican trabajos sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, clasificadas por orden de relevancia en el Área de Conocimiento. El anexo 1 incluye las revistas específicas de Didáctica de la Matemática (Serie A), el anexo 2 contiene las revistas de áreas afines que también publican trabajos sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Serie B) y el anexo 3 clasifica otras publicaciones (monografías y actas de congresos), indicando algunos ejemplos de tales publicaciones (Serie C).

El criterio para considerar una publicación como relativa a “didáctica de las matemáticas” ha sido su inclusión en la base de datos MATHDI (ZDM). La lista completa de esta publicación está disponible en: <http://www.emis.de/MATH/DI.html>

Las revistas se han clasificado en cuatro grupos, A, B, C, y D, en orden decreciente de relevancia. El grupo A comprende sólo las revistas que están incluidas en las bases de datos del I.S.I (*International Scientific Information*) correspondientes a los campos de Educación, Psicología, Matemáticas y Estadística. El grupo B incluye las revistas que publican exclusivamente trabajos de investigación y cumplen los requisitos básicos exigidos a las publicaciones de carácter científico (exigencia de originalidad; aplicación de un proceso riguroso de revisión por árbitros anónimos; ...). El grupo C incluye las revistas que publican, además de trabajos de investigación, otros con una orientación hacia la práctica docente; el grupo D incluye cualquier otra revista, no incluida en las clases anteriores, pero que están incluidas en la base MATHDI.

ANEXO 1: Serie A (Revistas específicas de Didáctica de la Matemática)

TIPO	NOMBRE DE LA REVISTA
A	JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION
B	BOLEMA - Boletim de Educação Matemática
B	EDUCAÇÃO MATEMATICA PESQUISA
B	EDUCATIONAL STUDIES IN MATHEMATICS
B	FOR THE LEARNING OF MATHEMATICS
B	HIROSHIMA JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION
B	JOURNAL OF MATHEMATICAL BEHAVIOR
B	JOURNAL OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATION
B	MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH JOURNAL
B	MATHEMATICS THINKING AND LEARNING
B	MEDITERRANEAN JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION
B	QUADRANTE
B	RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES
B	RELIME (Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa)
B	STATISTICS EDUCATION RESEARCH JOURNAL
B	ZDM (ZENTRALBLATT FÜR DIDACTIC DER MATHEMATIK)
B	ZETETIKÉ
C	EDUCACION MATEMÁTICA (México)
C	EPSILON
C	JOURNAL FÜR MATHEMATIK-DIDAKTIK
C	JOURNAL OF STATISTICS EDUCATION
C	MATEMATICA E LA SUA DIDACTICA, LA
C	MATHEMATICS IN SCHOOL
C	MATHEMATICS TEACHER
C	MATHEMATICS TEACHING
C	MATHEMATICS TEACHING IN THE MIDDLE SCHOOL
C	NUMEROS
C	PETIT X

C	PLOT: MATHEMATIQUES ET ENSEIGNEMENT
C	SUMA
C	TEACHING CHILDREN MATHEMATICS
C	UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática
C	UNO. REVISTA DE DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS
D	(Cualquier otra revista incluida en la base MATHDI que no figura en los tipos A, B, C)

ANEXO 2: Serie B (Revistas de áreas afines)

TIPO	NOMBRE DE LA REVISTA
A	AMERICAN MATHEMATICAL MONTHLY
A	APPLIED MEASUREMENT IN EDUCATION
A	BRITISH EDUCATIONAL RESEARCH JOURNAL
A	BRITISH JOURNAL OF EDUCATIONAL PSYCHOLOGY
A	BRITISH JOURNAL OF EDUCATIONAL TECHNOLOGY
A	CHILD DEVELOPMENT
A	COGNITION AND INSTRUCTION
A	COMPARATIVE EDUCATION
A	COMPARATIVE EDUCATION REVIEW
A	ECONOMICS OF EDUCATION REVIEW
A	EDUCATIONAL RESEARCH
A	ELEMENTARY SCHOOL JOURNAL
A	INTERNATIONAL STATISTICAL REVIEW
A	JOURNAL OF EDUCATIONAL PSYCHOLOGY
A	JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH
A	JOURNAL OF THE LEARNING SCIENCES
A	JOURNAL OF RESEARCH IN SCIENCE TEACHING
A	LEARNING AND INSTRUCTION
A	PHI DELTA KAPPAN
A	PSYCHOLOGY IN THE SCHOOLS
A	SCHOOL EFFECTIVENESS AND SCHOOL IMPROVEMENT
A	SCHOOL PSYCHOLOGY QUARTERLY
A	SCIENCE EDUCATION
A	SOCIOLOGY OF EDUCATION
A	TEACHING AND TEACHER EDUCATION
A	YOUNG CHILDREN
B	COGNITION
B	EDUCATIONAL MEASUREMENT: ISSUES AND PRACTICE
B	EDUCATIONAL TECHNOLOGY RESEARCH AND DEVELOPMENT
B	ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
B	INTERNATIONAL JOURNAL OF MATHEMATICAL EDUCATION IN SCIENCE AND TECHNOLOGY
C	AUSTRALIAN JOURNAL OF EDUCATION
C	COLLEGE MATHEMATICS JOURNAL
C	EDUCATIONAL TECHNOLOGY
C	ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE, L'
C	FOCUS ON LEARNING PROBLEMS IN MATHEMATICS AND SCIENCE TEACHING
C	INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE, L'
C	JOURNAL OF COMPUTERS IN MATHEMATICS AND SCIENCE TEACHING
C	JOURNAL OF RECREATIONAL MATHEMATICS
C	SCHOOL SCIENCE AND MATHEMATICS
D	(Cualquier otra revista incluida en MATHDI, de áreas afines, no incluida en los grupos anteriores)

ANEXO 3: Serie C (Monografías y Actas de Congresos)

TIPO A: Monografías y “surveys” de investigación con sistema de árbitros

1. Handbooks

Ejemplos:

- Gutierrez, A. and Boero, P. (Eds.). (2006). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. and Leung, F. K. S. (Eds.). (2003). *Second International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- English, L. D., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R. and Tirosh, D. (2002). *Handbook of International research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Ass.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., and Laborde, C.(Eds.). (1996). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Biehler, R., Scholz, R.W., Straesser, R and Winkelmann, B.(Eds.) (1994). *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Grows, D. A. (1992) (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. National Council of Teachers of Mathematics. New York, NY: Macmillan.
- Lester, F. (Ed.) (en prensa). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

2. Serie de ICMI Studies

Ejemplos:

- Graf, K., Leung, F. and Lopez-Real, F. (Eds.) (2005). *Mathematics education in different cultural traditions: A comparative study of East Asia and the West*. Berlin: Springer.
- Stacey, K., Chick, H. and Kendal, M. (Eds.) (2004). *The Future of the teaching and learning of algebra*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Holton, D. (Ed.). (2001). *Teaching and learning of mathematics at university level*. Dordrecht: Kluwer, A. P.
- Fauvel, J. y Maanen, J. van (Eds.) (2000). *The Role of the History of Mathematics in the teaching and Learning of Mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Mammana, C. y Villani, V. (Eds) (1998). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Sierpiska, A. and Kilpatrick, J. (Eds.) (1998). *Mathematics education as a research domain: a search for identity*. Dordrecht: Kluwer A. P.

3. Monografías sobre educación matemática

Ejemplos:

- Jones, G. A. (2005). *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning*. Berlin: Springer.
- Borba, M. y Villareal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*. Berlin: Springer
- Anderson, M., Sáenz-Ludlow A., Zellweger, S. y Cifarelli, V.V. (Eds.) (2003). *Educational Perspectives on Mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing*. Ottawa: Legas.
- Leder, G. C., Pehkonen, E., and Toerner, G. (Eds). (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer A. P.
- Lin, F. L. y Cooney, T. J. (Eds.) (2001). *Making sense of mathematics teacher education*. Dordrecht: Kluwer.
- Atweh, B., Forgasz, H. y Nebres, B. (Eds.) (2001). *Sociocultural research on mathematics education. An international perspective*. London: Lawrence Erlbaum
- Bednarz, N., Kieran, C., y Lee, L.(eds.). (1996). *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer A. P.

TIPO B: Actas de congresos internacionales con sistema de árbitros y trabajos originales de investigación

Ejemplos:

- Pateman, N. A., Dougherty, B. J. y Zilliox, J. (Eds.) (2003). *Proceedings of the Joint Meeting of PME and PME-NA*. Honolulu, USA. Disponible en: <http://onlinedb.terc.edu/>
- Schwank, I. (Ed.)(1999) Proceeding of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Osnabruek: Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik. Disponible en, <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-proceedings.html>

TIPO C: Monografías y actas de congresos que incluyen experiencias y reflexiones sobre la práctica de aula

Ejemplos:

- Rossmann, A. y Chance, B. (2006) (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.
- Lezama, J., Sánchez, M. y Molina, G. (2005). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 18. (Actas de la 18 Reunión Latinoamérica de Matemática Educativa). Disponible en, <http://www.clame.org.mx/>

TIPO D: Cualquier otra publicación no incluida en las categorías anteriores